



Országos Matematikaolimpia
Megyei forduló - 2026. március 7.

X. OSZTÁLY

1. feladat. Legyenek $a, b, x, y > 0$ valós számok úgy, hogy $ab \neq 1$, továbbá legyen c egy olyan nemnulla természetes szám, amelyre

$$\log_a \sqrt{x} = \log_b \sqrt{cx + y} = \log_{ab} y.$$

- a) Igazold, hogy ha $c = 1$, akkor az $\frac{y}{x}$ szám irracionális!
- b) Igazold, hogy az $\frac{y}{x}$ szám akkor és csak akkor racionális, ha c két egymásutáni nemnulla természetes szám szorzata!

2. feladat. Határozd meg azokat az $f : \mathbb{C}^* \rightarrow \mathbb{C}^*$ függvényeket, amelyek egyszerre teljesítik a következő feltételeket:

- (1) $f(z_1 \cdot z_2) = f(z_1) \cdot f(z_2)$, bármely $z_1, z_2 \in \mathbb{C}^*$ esetén;
- (2) $\overline{f(z)} = f\left(\frac{1}{z}\right)$, bármely $z \in \mathbb{C}^*$ esetén;
- (3) $\bar{z} f(z) \in (0, \infty)$, bármely $z \in \mathbb{C}^*$ esetén.

Gazeta Matematică

3. feladat. Oldd meg a $2 + 5 \cdot 6^x = 3 \cdot 2^x + 4 \cdot 3^x$ egyenletet a valós számok halmazán!

4. feladat. Minden $n \geq 4$ elemű, nemnulla komplex számokból álló véges $A = \{z_1, z_2, \dots, z_n\}$ halmaz esetén értelmezzük a

$$B(A) = \left\{ z_i z_j \mid 1 \leq i < j \leq n \right\}$$

halmazt.

Határozd meg azokat az A halmazokat, amelyekre $A = B(A)$.

Munkaidő 3 óra.

Minden feladatra legfeljebb 22,5 pont szerezhető.